Workshop 10 \\

Spieltheorie – Anwendungen in Wirtschaft und Politik

Prof. Dr. Marco Sahm, Otto-Friedrich-Universität Bamberg

Die Spieltheorie ist eine Methode, die das rationale Entscheidungsverhalten in sozialen Konfliktsituationen ableitet, in denen der Erfolg des Einzelnen nicht nur vom eigenen Handeln, sondern auch von den Aktionen anderer abhängt. Seit den 70er Jahren ist sie Bestandteil der wirtschafswissenschaftlichen Lehre. 1994 erhielten Harsanyi, Nash und Selten den Nobelpreis für die Weiterentwicklung der Spieltheorie, was die große Bedeutung der Spieltheorie für die moderne Wirtschaftstheorie unterstreicht. Ab dem Schuljahr 2023/24 wird sie erstmals auch am WWG in Jgst. 11 unterrichtet werden.

Was ist ein Spiel?

Prof. Dr. Marco Sahm eröffnet seinen Vortrag mit einem Klassenzimmer-Experiment namens Beauty Contest (s. Abb. 1). Dieser Schönheitswettbewerb stammt ursprünglich aus den Vereinigten Staaten. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer mussten aus einer Menge von Fotos dasjenige bestimmen, von dem sie ausgingen, dass dieses von den meisten Teilnehmerinnen und Teilnehmern als das schönste gewählt wird. In unserem Experiment ging es nicht um Schönheit, sondern um eine Zahl. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer sollten eine Zahl zwischen 0 und 100 wählen. Sieger des Experiments wird, wer mit seiner Zahl am nächsten an der Hälfte des Durschnitts aller aufgeschriebenen Zahlen liegt.

Ein Klassenzimmer Experiment

Der Beauty-Contest

- Bitte tragen Sie unten
  - Ihren Namen und
  - eine (reelle) Zahl zwischen (einschließlich) 0 und 100

  ein, falten den Zettel und geben ihn mir.
- Sieger ist, wer mit seiner Zahl am nächsten an der Hälfte des Durchschnitts aller aufgeschriebenen Zahlen liegt.
- Gibt es mehrere Sieger, entscheidet das Los über den Gewinner.
- Der Gewinner erhält ein Kästchen mit Gold. Alle anderen gehen leer aus.

Ihr Name:

Ihre Zahl:

Abb. 1: Klassenzimmer-Experiment 1: Der Beauty Contest

Anhand des Experiments erläutert Prof. Sahm die Merkmale eines Spiels. Wie bei den Gesellschaftsspielen Schach, Mühle oder Dame sind bei einem Spiel mehrere Akteure (Entscheidungsträger) beteiligt. Zudem handelt es sich um interdependente Entscheidungen. Welchen Zug ich bei Schach, Mühle oder Dame wähle, ist auch abhängig vom Zug des Gegners. Im Beauty-Contest hätte es eine optimale Entscheidung (Zahl) gegeben. Ob man damit gewonnen hätte, ist aber unklar. Denn hierfür ist auch das Verhalten der anderen Akteure entscheidend. Welche Zahl hätten Sie im Klassenzimmer-Experiment gewählt? Eine Auflösung finden Sie am Ende dieses Artikels. Spielen Sie dieses Spiel doch einfach mal im Klassenzimmer oder im Freundeskreis!

Dominante Strategien, Nash-Gleichgewichte, Gemischte Strategie

Nach diesem Einstiegsexperiment erfolgte der Einstieg in die Spieltheorie anhand des Gefangenendilemmas (s. Abb. 2). Zwei Gefangene werden verdächtigt, gemeinsam ein Verbrechen begangen zu haben und in unterschiedlichen Räumen verhört. Jedem der beiden wird Folgendes zugesichert: Für den Fall, dass er gesteht, während der Komplize leugnet, wird er freigelassen. Wenn er leugnet, während der Komplize gesteht, wird er zu drei Jahren Gefängnis verurteilt. Gestehen beide, erhalten beide eine Strafe von zwei Jahren. Gesteht keiner von beiden, erhalten beide eine Strafe von einem Jahr.

Gefangener 2

Gefangener 1		gestehen		leugnen	
	gestehen	-2	-2	0	-3
	leugnen	-3	0	-1	-1

Abb. 2. Gefangenendilemma

Wie werden sich die beiden Gefangenen beim Verhör verhalten? Betrachten wir zunächst Gefangenen 1. Wenn Gefangener 2 gesteht, ist es für Gefangenen 1 besser zu gestehen (-2 > -3). Wenn Gefangener 2 leugnet, ist es für Gefangenen 1 ebenfalls besser zu gestehen (0 > -1). Aus Gründen der Symmetrie gilt Gleiches auch für Gefangenen 2. Somit werden beide gestehen. Gestehen ist für beide die **dominante Strategie**, da sie den **höchsten Nutzen** bietet, **unabhängig davon, wie der andere Akteur handelt**. Mit der Kombination (gestehen, gestehen) gibt es somit ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, obwohl eine Kooperation, also ein beidseitiges Leugnen für beide besser wäre.

Auch beim Trittbrettfahrerverhalten oder der Übernutzung öffentlicher Güter kann man erkennen, dass Akteure hier nach der dominanten Strategie handeln, obwohl eine gemeinsame Kooperation hier für alle Akteure deutlich besser wäre.

Anhand des Kampfs der Geschlechter (s. Abb. 3) wird im Folgenden das **Nash-Gleichgewicht** aufgezeigt. Die beiden Akteure, Mann und Frau, haben den größten Nutzen, wenn sie entweder gemeinsam zum Ballett (2, 1) oder zum Fußball (1, 2) gehen.

Mann

Frau		Ballett		Fußball	
	Ballett	2	1	0	0
	Fußball	0	0	1	2

Abb. 3: Kamp der Geschlechter

Festzuhalten ist zunächst, dass es hier keine dominante Strategie gibt. Betrachten wir zunächst die Perspektive von Frau. Geht Mann zum Ballett, ist es für sie besser auch zum Ballett zu gehen (2 > 0). Geht Mann aber zum Fußball, ist es für sie besser auch zum Fußball zu gehen (1 > 0). Aus Gründen der Symmetrie gilt Gleiches auch für den Mann.

Kommen wir nun zum Nash-Gleichgewicht. Wählt Frau Ballett, ist es für Mann am besten, auch Ballett zu wählen (1 > 0). Wählt Mann Ballett, ist es für Frau am besten, auch Ballett zu wählen (2 > 0). Niemand hat also ein Interesse daran, einseitig von der Strategien-Kombination (Ballett, Ballett) abzuweichen. Man bezeichnet nach Nash diese Situation als stabil bzw. als **Nash-Gleichgewicht**, da **kein Spieler einen Anreiz** besitzt**, einseitig von der gewählten Strategien-Kombination abzuweichen**.

Folglich ist eine Kombination wechselseitig bester Antworten ein Nash-Gleichgewicht. Im Kampf der Geschlechter stellt die Strategien-Kombination (Ballett, Ballett) ein Nash-Gleichgewicht dar ebenso wie die Strategien-Kombination (Fußball, Fußball). Im Nash-Gleichgewicht verhalten sich alle Spieler (Wirtschaftssubjekte) optimal bei gegebenen Aktionen der anderen Spieler.

Kommen wir nochmals zum Gefangenen-Dilemma zurück. Ein Gleichgewicht in dominanten Strategien ist gleichzeitig auch ein Nash-Gleichgewicht (Beispiel: Gefangenendilemma). Die Umkehrung gilt jedoch nicht (Beispiel: Kampf der Geschlechter). Das Nash-Gleichgewicht ist also ein schwächeres Lösungskonzept als das Gleichgewicht in dominanten Strategien. Hier sind stärkere Annahmen an die Informiertheit und Rationalität der Spieler erforderlich.

Gemischte Strategien
Eine Strategie, bei der ein Spieler unterschiedliche Handlungsoptionen (z. B. rechts oder links) mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit auswählt, also Handlungsoptionen mischt, heißt gemischte Strategie. Diese Thematik wird am Beispiel des Falke-Tauben-Spiels aufgezeigt (s. Abb. 4). Die Spieler können sich beide aggressiv (Strategie Falke = Hawk) oder friedfertig (Strategie Taube = Dove) verhalten. Trifft Falke auf Taube, so gewinnt der Falke (V = Victory) und erhält die gesamte Beute (V = 2). Die Taube verliert (L = Loss) und geht leer aus (L = 0). Treffen zwei Tauben aufeinander, so teilen (T = tie) sie sich die Beute (T = 1). Treffen aber zwei Falken aufeinander, so kommt es für beide zum Desaster (X = Schaden).

		Spieler 2			
		Hawk		Dove	
Spieler 1	Hawk	–X	–X	V=2	L=0
	Dove	L=0	V=2	T=1	T=1

Abb. 4: Taube-Falken-Spiel

Das Taube-Falke-Spiel wurde u. a. zur Analyse des Verhaltens der Großmächte während des Kalten Krieges herangezogen. Dass es zu einer Desaster-Wahrscheinlichkeit kommt, also dass beide Akteure kämpferisch auftreten, nimmt mathematisch betrachtet mit der Höhe des Schadens ab. Da sich im Kalten Krieg zwei Atommächte gegenüberstanden und der Schaden im Falle einer kämpferischen Auseinandersetzung sehr hoch gewesen wäre, war aus Sicht des Taube-Falken-Spiels eine kämpferische Auseinandersetzung unwahrscheinlich.

Sequentielle Entscheidungen
Bei den bisherigen Spielen wurden Entscheidungen gleichzeitig (simultan) getroffen. In vielen Spielen wie z. B. Schach, Dame oder Mühle, werden die Entscheidungen jedoch nacheinander (sequentiell) getroffen. Wie kann man die zeitliche Struktur eines Spiels abbilden und bei der Analyse berücksichtigen? Für diesen letzten Teil des Vortrags wählt Prof. Sahm wieder ein Experiment (s. Abb. 5) und erläutert an diesem die Rückwärtsinduktion. Beim Piratenproblem sollen fünf Piraten über die Aufteilung ihrer Beute entscheiden, wobei der Älteste zunächst einen Vorschlag macht, über den dann die anderen Piraten abstimmen. Welchen Vorschlag hätten Sie als ältester Pirat in der Runde gemacht? Spielen Sie doch auch dieses Spiel im Unterricht oder im Bekanntenkreis. Eine Auflösung finden Sie wieder am Ende dieses Artikels.

Ein Klassenzimmer Experiment

Das Piratenproblem

- Fünf Piraten unterschiedlichen Alters entscheiden gemäß folgenden Regeln über die Aufteilung ihrer Beute von 16 Goldkugeln:
- Der älteste schlägt eine Aufteilung vor, über deren Akzeptanz von allen Piraten abgestimmt wird.
- Im Falle von Stimmengleichheit entscheidet die Stimme des Vorschlagenden.
- Wird der Vorschlag angenommen, wird er umgesetzt.
- Wird der abgelehnt, geht der Vorschlagende über Bord und das Vorschlagsrecht wechselt zum ältesten der verbleibenden Piraten.
- Diese Prozedur wird solange fortgesetzt, bis ein Vorschlag angenommen wird.

Abb. 5: Klassenzimmer-Experiment 2: Das Piratenproblem

Matthias Dirmeier

Auflösung

Klassenzimmer-Experiment 1: Der Beauty Contest
Die optimale Strategie ist die Zahl 0. Wählen alle z. B. die Zahl 100, so ist die Hälfte des Durchschnitts 50. Somit hat niemand ein Interesse die Zahl 100 zu wählen. Wählen alle die Zahl 50, so ist die Hälfte des Durchschnitts 25. Somit wird klar, dass rein rational betrachtet die Zahl 0 die optimale Wahl ist.

Klassenzimmer-Experiment 2: Das Piratenproblem
Beim Piratenproblem werden die Teilnehmer zunächst mit absteigendem Alter in fünf Spalten einer Tabelle notiert. Der älteste Pirat macht einen Vorschlag, wie viele Goldkugeln jeder Pirat erhält. Diese Zahlen werden in der Tabelle notiert. Bei der Wirtschaftsphilologentagung machte der älteste Pirat Markus folgenden Vorschlag (s. Abb. 1). Dieser wurde von Silke und Werner abgelehnt. Zustimmung erhielt er von Evelyn und Barbara, womit er insgesamt angenommen war. Aber war Markus damit nicht zu bescheiden? Hätte er nicht mehr für sich rausholen können?

	Markus	*Silke*	*Werner*	*Evelyn*	*Barbara*
Vorschlagsrecht 1	*3*	*0*	*0*	*4*	*9*

Abb. 1: Klassenzimmer-Experiment 2: Das Piratenproblem

Diese Frage kann nur durch eine Rückwärtsinduktion gelöst werden (s. Abb. 2). Können sich die Piraten nicht einigen, so gehen sie nacheinander über Bord. Übrig bleibt die jüngste Piratin Barbara, die dann 16 Goldkugeln erhalten würde (s. Vorschlagsrecht 5).

	Markus	*Silke*	*Werner*	*Evelyn*	*Barbara*
Vorschlagsrecht 1	*14*	*0*	*1*	*0*	*1*
Vorschlagsrecht 2	*-*	*15*	*0*	*1*	*0*
Vorschlagsrecht 3	*-*	*-*	*15*	*0*	*1*
Vorschlagsrecht 4	*-*	*-*	*-*	*16*	*0*
Vorschlagsrecht 5	*-*	*-*	*-*	*-*	*16*

Abb. 2: Klassenzimmer-Experiment 2: Das Piratenproblem - Rückwärtsinduktion

Gehen wir einen Schritt zurück. Welchen Vorschlag aber würde Evelyn machen (s. Vorschlagsrecht 4), wenn ihre drei älteren Piratenkollegen bereits über Bord gegangen sind. Sie würde 16 Goldkugeln für sich reklamieren. Barbara wird hier sicher nicht einverstanden sein. Aber bei Stimmengleichheit entscheidet die Stimme des Vorschlagenden.

Gehen wir einen weiteren Schritt zurück. Welchen Vorschlag würde Werner machen (s. Vorschlagsrecht 3), wenn seine beiden älteren Piratenkollegen bereits über Bord gegangen sind. Er würde 15 Goldkugeln für sich reklamieren, Evelyn keine Goldkugel geben und Barbara eine. Barbara würde zähneknirschend zustimmen, wohlwissend dass sie leer ausgehen würde, sollte Werner über Bord gehen und Evelyn wäre an der Reihe, einen Vorschlag zu machen. Wichtig ist, dass Barbara mit einer Kugel „bestochen“ wird. Denn sollte Werner die verbleibende Kugel an Evelyn verschenken, würde diese wohl nicht zustimmen in der Erwartung, dass Werner dann von Bord geht und sie die nächste in der Reihe ist, die das Vorschlagsrecht hat.

Gehen wir nochmals einen weiteren Schritt zurück. Welchen Vorschlag würde Silke machen (s. Vorschlagsrecht 2), wenn Markus bereits über Bord gegangen ist? Sie würde 15 Goldkugeln für sich reklamieren, Werner keine anbieten, Evelyn eine, und Barbara keine anbieten. Evelyn müsste mit einer Kugel „bestochen“ werden, damit Silke nicht über Bord geht. Die Begründung liegt auf der Hand: Werner würde auch bei einer Kugel nicht zustimmen, da er das nächste Vorschlagsrecht hat, wenn Silke über Bord geht.

Gehen wir wiederum einen weiteren Schritt zurück, womit wir wieder bei der Ausgangssituation wären. Welchen Vorschlag sollte der älteste Pirat Markus machen (s. Vorschlagsrecht 1)? Er braucht die Zustimmung von zwei weiteren Piraten, damit er nicht über Bord geht. Folglich könnte er 14 Goldkugeln für sich reklamieren, Werner und Barbara müsste er mit je einer Kugel „bestechen“. Silke würde auch bei einer Kugel nicht zustimmen, da sie das nächste Vorschlagsrecht hat, wenn Markus über Bord. Werner wird auch bei einer Kugel zustimmen, denn sollte Silke am Vorschlagen sein, wird sie ihm keine Kugel zugestehen. Und auch Barbara weiß, dass sie leer ausgehen würde, sollte Evelyn das Vorschlagsrecht haben.